**ВОПРОСЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА В АСПИРАНТУРУ**

**ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ 01.01.01 ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

**1. Действительный анализ**

1. Сходимость и сумма числового ряда. Критерий Коши.

2. Достаточные признаки сходимости. Признак Лейбница.

3. Равномерная сходимость функциональных рядов, признаки равномерной сходимости,

4. свойства суммы равномерно сходящихся рядов (непрерывность, почленное интегрирование и дифференцирование).

5. Степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши-Адамара.

6. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда, почленное интегрирование и дифференцирование.

7. Ряд Тейлора.

8. Элементарные множества на плоскости, мера элементарных множеств, ее полуаддитивность, сигма-аддитивность.

9. Внешняя мера, измеримые множества. Мера Лебега в **Rn** ,

10. Измеримые функции, их свойства, действия над ними.

11. Сходимость почти всюду и по мере.

12. Теоремы Егорова и Лузина.

13. Интеграл Лебега для простых функций. Интеграл Лебега на множестве конечной меры и его свойства.

14. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега.

15. Предельный переход (Теорема Лебега). Теорема Леви, Теорема Фату.

16. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.

**2.Теория функций комплексного переменного**

17. Функция комплексного переменного. Предел и непрерывность. Равномерная непрерывность. Дифференцируемость функции в точке множества, Условия Коши-Римана.

18. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.

19. Конформные отображения. Целые функции.

20. Дробно-линейная функция, ее область определения (в конечной и расширенной плоскости). Основные свойства осуществляемого ей отображения (групповое, круговое, сохранение симметрии и ангармонического отношения четырех точек).

21. Степенная, показательная и логарифмическая функции.

22. Интегральная теорема Коши. Теорема Коши для составных контуров. Интегральная формула Коши.

23. Интеграл Коши, его свойства. Теорема о бесконечной дифференцируемости интеграла Коши. Интеграл типа Коши.

24. Функциональные комплексные ряды. Равномерная сходимость, признак Вейерштрасса, критерий равномерной сходимости.

25. Степенные ряды, их свойства, формула Коши-Адамара.

26. Аналитические функции, их разложение в ряд Тейлора.

27. Теорема единственности для аналитических функций. Теорема Лиувилля.

28. Ряд Лорана. Разложение аналитической в кольце функции в ряд Лорана, единственность разложения.

**3.Функциональный анализ**

29. Метрические и топологические пространства, определения, примеры. Гомеоморфизм и изометрия метрических пространств.

30. Плотные подмножества и сепарабельные пространства. Полнота и пополнение метрического пространства.

31. Теорема Кантора о последовательности вложенных шаров.

32. Принцип сжимающих отображений.

33. Линейный функционал, выпуклый функционал, выпуклое множество.

34. Гильбертовы пространства, характеристическое свойство гильбертова пространства. Изоморфность сепарабельных гильбертовых пространств.

35. Линейные операторы в нормированных пространствах. Ограниченные операторы, норма оператора.

36. Теорема Хана-Банаха в нормированнных пространствах.

37. Сильная, слабая и сходимость по норме последовательности операторов.

38. Теорема Банаха-Штейнгауза (принцип равномерной ограниченности).

39. Теорема Банаха об обратном операторе.

40. Компактные операторы, их основные свойства.

41. Резольвента и спектр линейного оператора. Точечное, непрерывное и остаточное множества спектра.

ЛИТЕРАТУРА.

Основная.

1. А.Н. Колмогоров, С.В.Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. Наука. М. 1968,-496 с.

2. В.А. Садовничий. Теория операторов 2изд.-М. Изд. Моск. ун-та, 1986,-368 с.

3. А.И. Маркушевич. Краткий курс теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1978. 416 с.

4. Е.С.Половинкин. Курс лекций по теории функций комплексного переменного. М.: МФТИ, 1999. 256 с.

Дополнительная

5. Л.А. Люстерник, В.И.Соболев. Краткий курс функционального анализа. М. «Высшая школа» 1982,-271 с.

6. А.А.Кирилов, А.Д. Гвишиани. Теоремы и задачи функционального анализа - М. Наука, 1979,-384 с.

7. А.Я. Хелемский. Лекции по функциональному анализу. М. Изд. МЦНМО, 2004,- 552 с.

8. Б.В.Шабат. Введение в комплексный анализ. Ч.1. М.: Наука, 1976. – 320 с.